

## Probleme propuse \* Setul 6

**51. (polinoame)** Care din următoarele propoziții este adevărată ?

a) polinomul  $X^3 - 2$  este reducibil peste  $\mathbb{Q}$ ; b) un polinom  $f \in \mathbb{R}[X]$  este ireducibil peste  $\mathbb{R}$  dacă și numai dacă  $f$  nu are rădăcini reale; c) polinomul  $X^4 + X^2 + 1$  este reducibil peste  $\mathbb{R}$ ; d) polinomul  $X^4 + 1$  este ireducibil peste  $\mathbb{R}$ ; e) dacă un polinom  $g \in \mathbb{R}[X]$  este reducibil peste  $\mathbb{R}$  atunci el are cel puțin o rădăcină reală; f) suma a două polinoame ireducibile peste  $\mathbb{R}$  este polinom ireducibil peste  $\mathbb{R}$ .

**52. (polinoame)** Fie  $S$  suma coeficienților polinomului  $(\sqrt{2}X - \sqrt{3})^{10}$ . Atunci

a)  $S = \sqrt{2}^{10}$ ; b)  $S = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{10}$ ; c)  $S = \sqrt{2}^{10} \cdot \sqrt{3}^{10}$ ; d)  $S = 1$ ; e)  $S = 0$ ;  
 f)  $S = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{10}$ .

**53. (numere complexe)** Fie  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \varepsilon^2 & \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $\varepsilon$  este o rădăcină cubică complexă a unității și  $S$  suma modulelor elementelor matricei  $X$  pentru care  $AX = B$ . Atunci

a)  $S = 16$ ; b)  $S = 3$ ; c)  $S = 4$ ; d)  $S = 2 + \sqrt{3}$ ; e)  $S = 1 + \sqrt{3}$ ; f)  $S = 9$ .

**54. (șiruri)** Restrângeți expresia  $t = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$

a)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ; b)  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ; c)  $\sqrt{5}$ ; d)  $\sqrt{3}$ ; e)  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ; f) 1.

**55. (continuitate)** Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{nx}}{1 + e^{nx}}$ . Atunci

a)  $f$  este continuă; b)  $x = 0$  este punct de discontinuitate de speța a doua; c)  $\pm 1$  sunt puncte de discontinuitate de speța întâi; d)  $f$  este continuă în trei puncte; e)  $f$  este continuă în  $x = 0$ ; f) toate afirmațiile precedente sunt false.

**56. (derivabilitate)** Fie  $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  și  $g(x) = 2 \arctan x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Care dintre afirmațiile următoare este adevărată ?

a)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall |x| \leq 1$ ; b)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall |x| < 1$ ;  
 c)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall |x| > 1$ ; d)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall |x| \geq 1$ ;  
 e)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ ; f)  $f'(x) = g'(x)$ ,  $\forall |x| > -1$ .

**57. (integrale definite)** Utilizând suma Riemann să se calculeze

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt[n]{2} + \sqrt[n]{2^2} + \sqrt[n]{2^3} + \dots + \sqrt[n]{2^n}}{n}$$

a)  $I = \frac{3}{\ln 2}$ ; b)  $I = \frac{2}{\ln 3}$ ; c)  $I = \frac{1}{\ln 2}$ ; d)  $I = \frac{2}{\ln 2}$ ; e)  $I = \ln 2$ ; f)  $I = 2 \ln 2$ .

**58. (funcții trigonometrice)** Dacă  $\operatorname{tg} a = \frac{m}{n}$ , atunci expresia  $E = m \sin 2a + n \cos 2a$  are valoarea

a)  $n$ ; b)  $n^2$ ; c)  $\frac{n}{m}$ ; d)  $\frac{n+1}{m}$ ; e)  $\frac{m+1}{n}$ ; f)  $\frac{m+1}{n+1}$ .

**59. (ecuații trigonometrice)** Pentru câte valori ale lui  $m \in \mathbb{Q}$ , ecuația  $1 + \sin^2 mx = \cos x$  are o singură soluție ?

a) două; b) una; c) nici una; d) patru; e) o infinitate; f) șase.

**60. (aplicațiile trigonometriei în geometrie)** În triunghiul  $ABC$ , unghiul  $B$  este obtuz,  $0 < C < \frac{\pi}{4}$  și  $b = 2c$ . Care din următoarele afirmații este adevărată ?

a)  $\hat{A} < 2\hat{C}$ ; b)  $\hat{A} < \hat{C}$ ; c)  $\hat{B} = 2\hat{C}$ ; d)  $\hat{B} = 3\hat{C}$ ; e)  $\hat{A} = \hat{C}$ ; f)  $\hat{A} = \hat{B}$ .